

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Проректор по учебной работе и
довузовской подготовке**

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория динамических систем
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Управление инновациями в бизнесе Физтех-школа бизнеса высоких технологий кафедра теоретической механики
курс:	2
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.В. Сахаров, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики 09.04.2020

Аннотация

Курс посвящен изучению основ современных методов анализа, используемых в механике и теории динамических систем. Основная цель курса состоит в том, чтобы на примере классических механических и динамических систем опробовать методы, позволяющие определять наличие или отсутствие в системах тех или иных свойств и эффектов, таких как бифуркации и хаос. Как аналитические, так и численные методы будут реализованы с применением широко известных пакетов символьных вычислений и математического моделирования (Matlab, Wolfram Mathematica, Python). Курс рассчитан на слушателей, обладающих базовыми знаниями по геометрии, алгебре, основам дифференциального и интегрального исчисления.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Целью курса является формирование базовых знаний и профессиональных компетенций

- в основах теории динамических систем и умении применять эту теорию на практике при решении задач;
- в методике построения динамических моделей физических процессов и организации самостоятельного исследования физических явлений.
- в развитии навыков применения специальных математических методов при исследовании сложных динамических систем.

Задачи дисциплины

Задачами данного курса являются:

освоение знаний о динамических явлениях; величинах, характеризующих эти явления; законах, которым они подчиняются; методах научного познания природы и формирование на этой основе представлений о физической картине мира; знакомство с основами теории динамических систем механики как одной из фундаментальных физических и математических теорий;

применение знаний для объяснения явлений природы, принципов работы устройств, решения физических задач, обладающих динамическими свойствами;

формирование готовности студентов к самостоятельной профессиональной деятельности по разработке динамических моделей физических явлений и применению специальных математических методов к исследованию этих моделей.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- Основы теории динамических систем;
- условия применимости методов теории динамических систем в том или ином случае;
- основные методы исследования сложных динамических систем.

уметь:

- Строить динамические модели физических явления;
- применять методы теории динамических систем для решения конкретных задач
- пользоваться методами теории динамических систем для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- Навыками работы с литературой по динамическим системам и смежным дисциплинам;
- навыками математической формулировки динамических проблем;
- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Понятие о динамической системе и фазовом пространстве	2	2		5
2	Устойчивые, асимптотически устойчивые и неустойчивые положения равновесия, локальные бифуркации в одномерных системах	3	3		3
3	Локальные бифуркации в двумерных системах, консервативные и диссипативные системы	2	2		5
4	Фазовые портреты на плоскости, предельные циклы, теорема Пуанкаре—Бендиксона	3	3		3
5	Примеры биологических и механических систем, модель «хищник–жертва»	2	2		3
6	Самопроизвольное возникновение устойчивых периодических движений: предельные циклы	3	3		3
7	Логистическое отображение: переход от регулярной к хаотической динамике	2	2		5
8	Отображение тента и понятие о топологической сопряженности и полусопряженности отображений	3	3		4

9	Символическая динамика, пространство последовательностей и ее метрика, отображение сдвига	2	2		3
10	Символическая динамика как метод изучения хаотических систем	2	2		3
11	Простейшие фракталы: размерность Хаусдорфа, канторово идеальное множество	3	3		4
12	Подкова Смейла	3	3		4
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 4 (Весенний)

1. Понятие о динамической системе и фазовом пространстве

Понятие о динамических системах. Математическая модель динамической системы. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Консервативные и диссипативные системы. Линейные и нелинейные системы. Потоки и каскады. Примеры динамических систем разной физической природы.

2. Устойчивые, асимптотически устойчивые и неустойчивые положения равновесия, локальные бифуркации в одномерных системах

Регулярная динамика. Бифуркации. Фазовые потоки на прямой. Геометрическое представление решений ОДУ. Линеаризация вблизи неподвижной точки. Бифуркации фазовых потоков на прямой. Фазовые потоки на плоскости. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Предельные циклы. Бифуркации фазовых потоков на плоскости. Бифуркация Пуанкаре-Андропова-Хопфа. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.

3. Локальные бифуркации в двумерных системах, консервативные и диссипативные системы

Характеристики динамического хаоса. Эргодичность и перемешивание. Отображение Пуанкаре. Показатель Ляпунова.

4. Фазовые портреты на плоскости, предельные циклы, теорема Пуанкаре—Бендиксона

Понятие аттрактора и бассейна в динамических системах. Хаос в одномерных отображениях и диссипативных системах. Треугольное отображение. Логистическое отображение. Примеры хаотического поведения в непрерывных динамических системах. Аттракторы Лоренца и Рёсслера. Построение и интерпретация отображения Пуанкаре. Вычисление показателей Ляпунова.

5. Примеры биологических и механических систем, модель «хищник—жертва»

Фракталы и хаотическая динамика. Понятие фрактального множества. Рекурсивное построение фракталов (ковёр Серпинского, кривая Дракона). Множества Мандельброта и Жюлиа. Связь фракталов с каскадом бифуркаций. Фрактальная размерность. Размерность и геометрическая структура аттракторов. Примеры хаотических и не хаотических аттракторов. Понятие странного аттрактора. Примеры систем, обладающих странными аттракторами.

6. Самопроизвольное возникновение устойчивых периодических движений: предельные циклы

Логистическое отображение и переход к хаосу. Неподвижные точки и их устойчивость. Каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу. Окна периода 3 в области хаотического режима. Самоподобие. Масштабная инвариантность. Универсальность Фейгенбаума. Непрерывные системы и переход к хаосу через бифуркации удвоения периода. Другие сценарии перехода к хаосу. Турбулентность.

7. Логистическое отображение: переход от регулярной к хаотической динамике

Модель неустойчивого движения. Подкова Смейла. Символическая динамика. Сдвиг Бернулли.

8. Отображение тента и понятие о топологической сопряженности и полусопряженности отображений

Гамильтоновы системы. Интегрируемость гамильтоновых систем. Теорема Лиувилля-Арнольда. Элементы теории возмущений интегрируемых гамильтоновых систем. Элементы теории КАМ. Нелинейный резонанс.

9. Символическая динамика, пространство последовательностей и ее метрика, отображение сдвига

Переход от осциллятора Ван-дер-Поля к системе реакции-диффузии. Автоволны. Уравнение эйконала. Спиральные волны.

10. Символическая динамика как метод изучения хаотических систем

Методы Монте Карло в математическом моделировании. Общее понятие о группе методов Монте Карло. Примеры вычисления числа π . Примеры вычисления интегралов. Вычисление многомерных интегралов. Случайные блуждания и уравнение теплопроводности. Алгоритм Метрополиса-Гастингса. Сэмплирование. Алгоритм имитации отжига. Модели Изинга и Поттса.

11. Простейшие фракталы: размерность Хаусдорфа, канторово идеальное множество

Классификация и примеры. Моделирование роста шероховатой поверхности. Моделирование процесса образования речного русла. Модель Поттса для формирования сердечной ткани.

12. Подкова Смейла

Модель кучи с песком (BTW-модель). Горение лесных массивов. Основы теории перколяции. Основная терминология. Постановки задач. Примеры применения. Перколяционные задачи и степенные законы распределения вероятностей.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Математические методы классической механики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. И. Арнольд. — 5-е изд., стереотип. — М. : Эдиториал УРСС, 2003. — 416 с.

Дополнительная литература

1. Теоретическая механика [Текст] : учеб. пособие для ун-ов / А. П. Маркеев .— М. : Наука, 1990 .— 415 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской академии наук

https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics/ - сайт кафедры теоретической механики МФТИ

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также программные пакеты Wolfram Mathematica и Matlab.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по учебной и научной литературе);
- решение задач,

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладные математика и физика
профиль подготовки: Управление инновациями в бизнесе
Физтех-школа бизнеса высоких технологий
кафедра теоретической механики
курс: 2
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Экзамен

Разработчик: А.В. Сахаров, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория динамических систем» обучающийся должен:

знать:

- Основы теории динамических систем;
- условия применимости методов теории динамических систем в том или ином случае;
- основные методы исследования сложных динамических систем.

уметь:

- Строить динамические модели физических явления;
- применять методы теории динамических систем для решения конкретных задач
- пользоваться методами теории динамических систем для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- Навыками работы с литературой по динамическим системам и смежным дисциплинам;
- навыками математической формулировки динамических проблем;
- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Анализ динамической модели
2. Определение бифуркаций
3. Построение фазового портрета консервативной системы с одной степенью свободы
4. Обнаружение предельных циклов динамической системы на плоскости

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень вопросов к промежуточной аттестации:

1. Определение динамической системы с непрерывным и дискретным временами. Что такое фазовое пространство системы?
2. Локальные бифуркации в одномерных динамических системах.
3. Предельные циклы. Привести примеры.

4. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.

Примеры билетов:

Бтлет 1.

1. Примеры биологических и механических систем. Модель «хищник–жертва».
2. Логистическое отображение. Сценарий перехода к хаосу через удвоение периода.

Билет 2.

1. Символическая динамика. Пространство последовательностей и ее метрика.
2. Простейшие фракталы.

Билет 3.

1. Общий вид решений системы линейных дифференциальных уравнений в форме Коши
2. Фазовые портреты на плоскости.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Подготовка к экзамену самостоятельная: перечислены задачи, решение которых каждый студент излагает полностью.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.